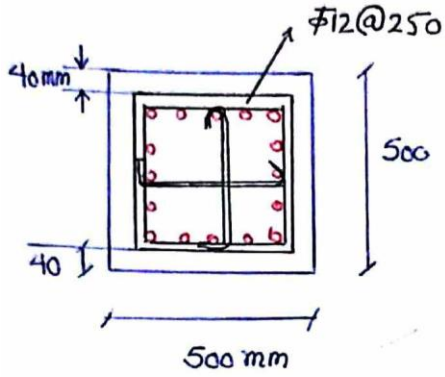
کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

مثال کلی ۱- در یک ستون به ابعاد $500 \times 500\ (mm^2)$ از ۱۶ میلگرد $\Phi 20$ استفاده شده است. حداقل و حداکثر فاصله بین میلگردها را محاسبه کنید. قطر خاموت ۱۲ میلی متر، بزرگترین ابعاد سنگدانه‌ها ۳۰ mm است. کاور خالص تا بشت سنگ بتن ۴۰ میلی متر است. حداقل و حداکثر درصد فولاد طولی را نیز کنترل نمائید.



$$A_{st} = 16\Phi 20 = 16 \times \frac{\pi}{4} \times 20^2 = 5027\ mm^2$$

$$A_g = b \times h = 500 \times 500 = 250 \times 10^3\ mm^2$$

$$\rho = \frac{A_{st}}{A_g} = \frac{5027}{250 \times 10^3} = 0.02 = 2\%$$

$$\rho_{min} = 1\% \leq \rho = 2.00 \leq \rho_{max} = 4\% \ \checkmark$$

$$\text{فاصله خالص بین میلگردهای طولی} = \frac{\text{عرض مقطع} - 2\times\text{کاور خالص} - 2\times\text{قطر خاموت} - 5\times\text{قطر میلگرد طولی}}{\text{تعداد فاصله بین میلگردهای طولی}}$$

$$x = \frac{500 - 2\times 40 - 2\times 12 - 5\times 20}{4} \Rightarrow x = 74\ mm$$

$$x_{min} = \max\left\{1.5\Phi_L,\ 40\ mm,\ \frac{4}{3}D_{max}\right\}$$

$$= \max\left\{1.5\times 20,\ 40,\ \frac{4}{3}\times 30\right\} = 40\ mm$$

$$x > x_{min} \quad 74 > 40\ mm \qquad x \leq 150\ mm \ \checkmark$$

$$S_{max} = \min\left\{48\Phi_T,\ 16\Phi_L,\ h_{min}\right\} = \min\left\{48\times 12,\ 16\times 20,\ 500\right\}$$

$$S_{max} = \min\left\{576,\ 320,\ 500\right\} = 320\ mm,$$

$$S = 250 \leq S_{max} = 320\ mm \ \checkmark$$

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

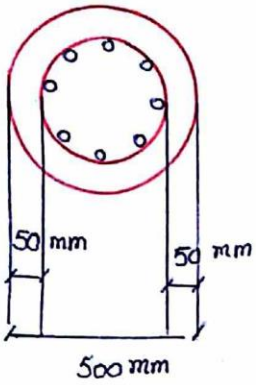
۲/

مثال تکمیلی ۲- برای یک ستون به قطر خارجی 500_{mm} دورپیچ مناسب طراحی کنید.

گام و قطر خاص ستون 50_{mm} و پوشش روی آن $8\Phi25$ می باشد.

$f'_c = 30\ MPa$ ، $f_{yt} = 300\ MPa$

$f_y = 400\ MPa$



$$\rho_{s,min} = 0.45\left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1\right)\frac{f'_c}{f_{yt}}$$

$$\rho_{s,min} = 0.45\left(\frac{\frac{\pi}{4}\times 500^2}{\frac{\pi}{4}\times 400^2} - 1\right)\frac{30}{300} \Rightarrow \rho_{s,min} = 0.0253$$

$$\rho_s = \frac{4A_{sp}}{D_c \times s}$$

به عنوان فرض اولیه $d_{sp} = 12\ mm$ استفاده می‌کنیم.

$$A_{sp} = \frac{\pi}{4}d_{sp}^2 = \frac{\pi}{4}\times 12^2 = 113\ mm^2$$

$$D_c = 500 - 2\times 50 = 400\ mm$$

$$\rho_s = \frac{4\times 113}{400\times s} = 0.0253 = \rho_{s,min}$$

$$\Rightarrow s = 44.7\ mm$$

اگر $s = 40\ mm$ را به عنوان گام دورپیچ لحاظ کنیم آنگاه:

قطر خالص $s_{net} = s - d_{sp} = 40 - 12 = 28\ mm$

$25 \le s_{net} \le 75$ ✓

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

برای یک ساختمان بتن آرمه که با ضوابط دوره شکل‌پذیری طراحی می‌شود، ابعاد تیر $400\times400\ (mm^2)$ و ابعاد ستون $500\times500\ (mm^2)$ درنظر گرفته شده است. قطر میلگرد طولی تیر و ستون برابر با 20 میلی‌متر و قطر خاموت آنها 12 mm است. خاموت گذاری ویژه تیر و ستون در ناحیه اطول ناحیه (طول ناحیه برای هر کدام را) انجام دهید. کاور خالص تیر و ستون $d_c = 40\ mm$ است. ارتفاع ستون 3m فرض است.

الف- تیرها: طول ناحیه مجرای $2h = 2\times400 = 800\ mm$

$$d = 400 - 40 - 12 - \frac{20}{2} = 338\ mm$$

(ارتفاع تیر − کاور خالص − قطر خاموت − نصف قطر میلگرد طولی)

$$S_{max} = \min\left\{ d/4,\ 24\,d_t,\ 300 \right\}$$

$$S_{max} = \min\left\{ \underbrace{\frac{338}{4}}_{84.5},\ \underbrace{24\times12}_{288},\ 300 \right\}$$

$\Phi 12 @ 80\ mm$ در طول $2h = 800\ mm$

ب- ستون‌ها: طول ناحیه مجرای l_o:

$$l_o = \max\left\{ \text{ارتفاع خالص ستون}/6,\ \text{بزرگترین بعد ستون},\ 450\ mm \right\}$$

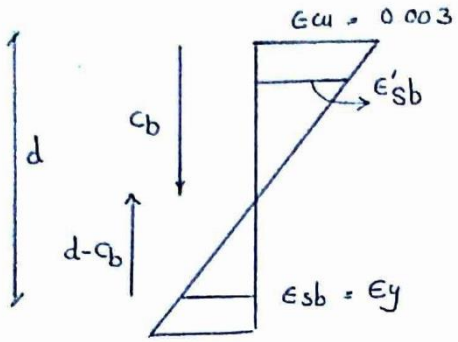
$$l_o = \max\left\{ \underbrace{\frac{1}{6}\left[(3000) - \left(2\times\frac{400}{2}\right)\right]}_{433},\ 500,\ 450 \right\}$$

$$l_o = 500\ mm$$

$$S_{max} = \min \begin{cases} 8d_b = 8\times20 = 160\ mm & \checkmark \\ 24d_t = 24\times12 = 288\ " \\ \frac{1}{2}b_{min} = \frac{1}{2}\times500 = 250\ " \\ 300 = 300\ " \end{cases}$$

USE $\Phi 12 @ 160\ mm$

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.



$$\frac{\epsilon_{cu}}{c_b} = \frac{\epsilon_{sb}=\epsilon_y}{d-c_b}$$

$$\Rightarrow \frac{\epsilon_{cu}}{c_b} = \frac{\epsilon_y}{d-c_b}$$

$$\Rightarrow \epsilon_{cu}(d-c_b) = c_b\epsilon_y$$

$$\Rightarrow \epsilon_{cu}d - \epsilon_{cu}c_b = c_b\epsilon_y \Rightarrow c_b(\epsilon_y+\epsilon_{cu}) = \epsilon_{cu}d$$

$$c_b = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu}+\epsilon_y}\,d$$

c_b: ارتفاع تارضی...

$$a_b = \beta_1 c_b = \beta_1 \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu}+\epsilon_y}\,d$$

اکنون صورت و مخرج کسر را در Es ضرب می‌کنیم

$$E_s = 200\times10^3\ MPa$$

$$\epsilon_{cu} = 0.003 \Rightarrow E_s\epsilon_{cu} = 600\ ;\ E_s\epsilon_y = f_y$$

$$\Rightarrow a_b = \beta_1 \frac{600}{600+f_y}\,d \qquad (9\text{-}20)$$

$$\frac{\epsilon'_{sb}}{c_b-d'} = \frac{\epsilon_{cu}}{c_b} \Rightarrow \epsilon'_{sb} = \frac{c_b-d'}{c_b}\epsilon_{cu}$$

$$\epsilon'_{sb} = \left[1-\frac{d'}{c_b}\right]\epsilon_{cu} = \left[1-\frac{d'}{\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu}+\epsilon_y}d}\right]\epsilon_{cu}$$

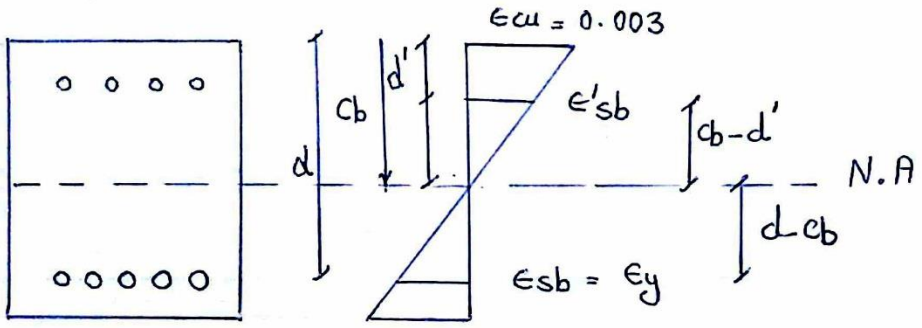
$$E_s\epsilon'_{sb} = \left[1-\frac{d'}{d}\,\frac{\epsilon_{cu}+\epsilon_y}{\epsilon_{cu}}\right]\epsilon_{cu}$$

$$f'_{sb} = \left[1-\frac{d'}{d}\left(\frac{600+f_y}{600}\right)\right]600$$

$$f'_{sb} = 600 - \frac{d'}{d}(600+f_y)$$

$$f'_{sb} = 600 - \frac{d'}{d}(600+f_y) \le f'_y \qquad (9\text{-}21)$$

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.



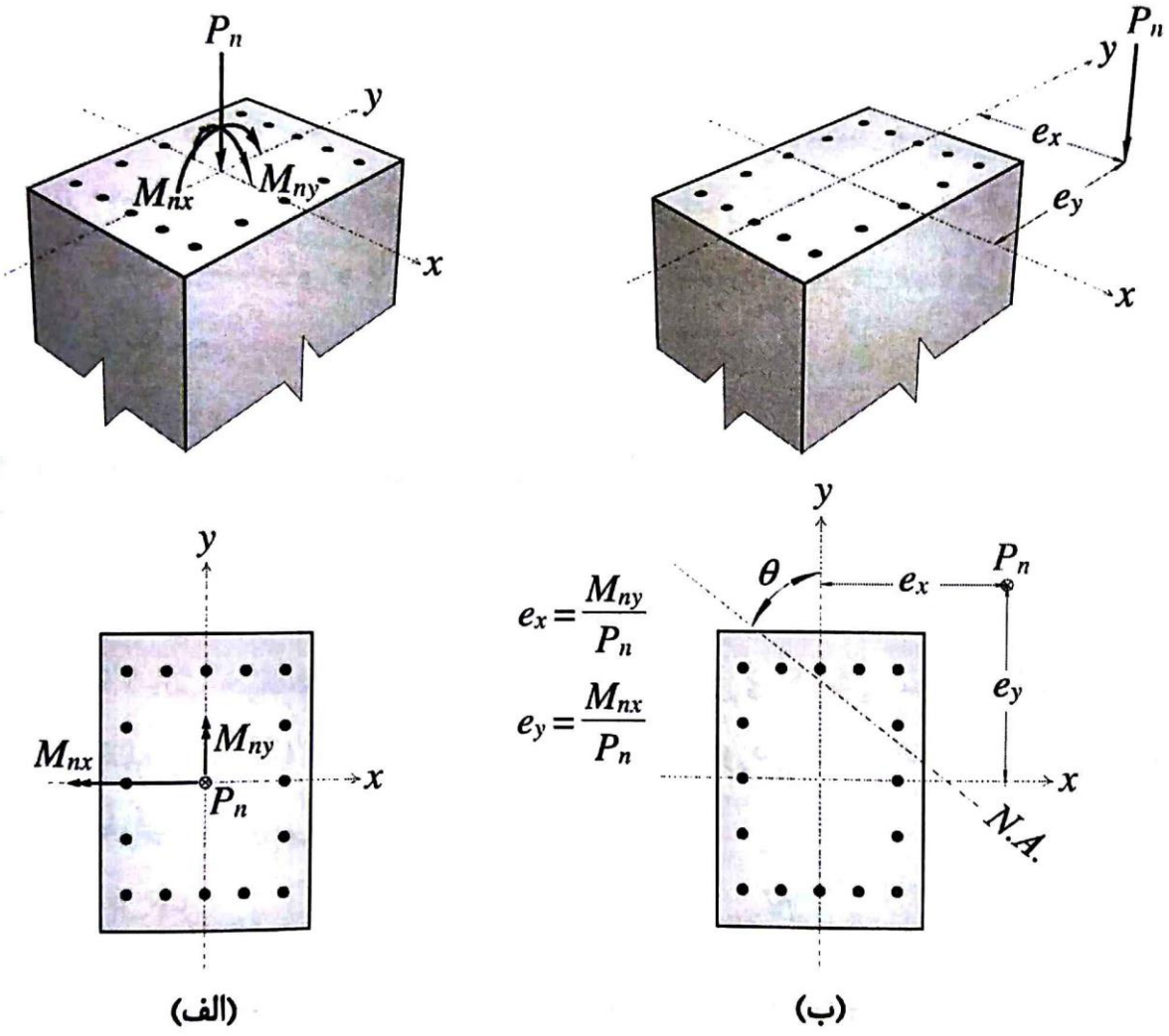
$$\frac{\epsilon_{cu}}{c_b} = \frac{\epsilon_y}{d-c_b} \Rightarrow c_b = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu}+\epsilon_y} d = \frac{600}{600+f_y} d$$

$$\frac{\epsilon_{cu}}{c_b} = \frac{\epsilon'_{sb}}{c_b-d'} \Rightarrow \epsilon'_{sb} = \frac{c_b-d'}{c_b} \epsilon_{cu}$$

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

خمش دومحوره در ستون‌ها

ستون‌های بتن‌آرمه مکرراً ممکن است تحت تأثیر خمش دو محوره قرار گیرند. ستون‌هایی که در گوشهٔ ساختمان بتن‌آرمه قرار گرفته‌اند، تحت نیروی فشاری و لنگر



شکل ۹-۲۱ *خمش دو محوره در ستون؛ الف) نمایش بار محوری و لنگرهای خمشی دو محوره؛ ب) نمایش بار محوری در خروج از مرکزیت‌های متناظر با لنگرهای خمشی*

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

خمشی حول هر دو محور قرار می‌گیرند. در سایر ستون‌های بتن‌آرمه نیز غالباً به دلیل باربری در دو جهت متعامد و وجود بارهای نامتعادل در دهانه‌های مجاور، خمش دو محوره ایجاد می‌شود.

شکل ۹-۲۱ یک ستون بتن‌آرمه را تحت بار محوری P_n و لنگرهای خمشی M_{nx} و M_{ny} حول دو محور x و y نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل ملاحظه می‌شود، لنگرهای M_{nx} و M_{ny} به ترتیب ایجاد خروج از مرکزیت‌هایی برابر با e_x و e_y می‌نمایند؛ به طوری که $e_x = M_{ny}/P_n$ و $e_y = M_{nx}/P_n$. بنابراین تار خنثی به‌صورت مورب و با زاویهٔ θ نسبت به محور yها واقع می‌شود.

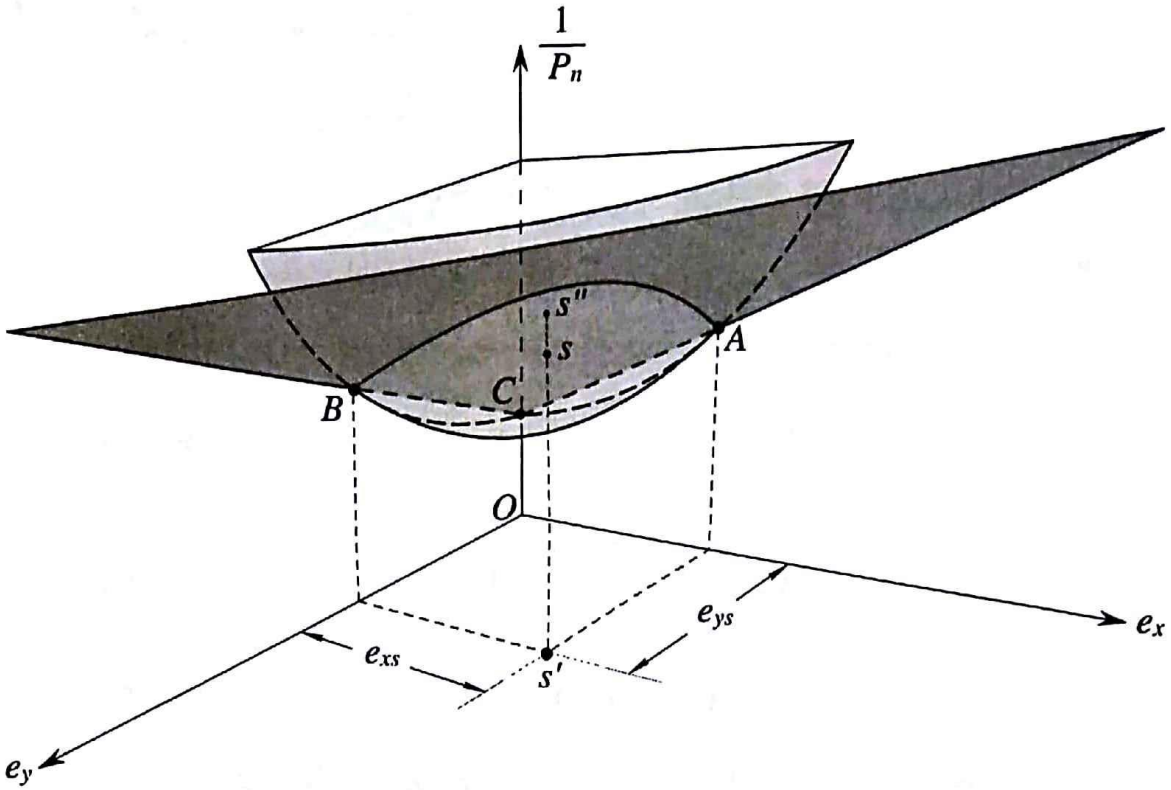
۱-۲ روش معکوس بار (روش برسلر)

یک روش تقریبی بسیار مناسب برای آنالیز ستون تحت خمش دو محوره، روش بار متقابل[1] یا روش معکوس بار است. این روش در سال ۱۹۶۰ توسط برسلر[2] در دانشگاه برکلی توسعه داده شد و به همین دلیل به نام روش برسلر نیز شناخته می‌شود.

برای آشنا شدن با این روش ابتدا باید به اثر توام بار محوری و لنگر خمشی دو محوره در ستون توجه کرد. همان‌طور که از شکل ۹-۲۳-ب ملاحظه می‌شود، سطح شکست بار محوری و لنگر خمشی دو محوره برای یک ستون، یک پوستهٔ فضایی سه بعدی است که تقاطع این پوسته با صفحات xoz و yoz، همان منحنی اثر توام بار محوری و لنگر خمشی دو بعدی خواهد بود. این سطح شکست با تغییر متغیرهای M_{nx} و M_{ny} به e_y و e_x در شکل ۹-۲۳-ج، و با تغییر متغیر P_n به $1/P_n$ در شکل ۹-۲۳-د نشان داده شده است.

در روش معکوس بار، سطح شکست بر حسب معکوس بار محوری $(1/P_n)$ و خروج از مرکزیت‌های e_x و e_y انتخاب می‌شود. حال اگر نقطه‌ای مانند s بر روی سطح شکست با مشخصات $(1/P_n$ و e_{ys} و $e_{xs})$ s در نظر گرفته شود (شکل ۹-۲۴)، از این نقطهٔ خطی موازی محور قائم رسم می‌شود تا صفحهٔ $e_x o e_y$ را در نقطهٔ s' قطع کند. از نقطهٔ s' خطوطی موازی محورهای مختصات رسم می‌شود، و از محل برخورد

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.



شکل ۹-۲۴ *نمایش تصویری نحوهٔ عمل روش معکوس بار در تخمین باربری هر نقطهٔ واقع بر سطح شکست نظیر نقطهٔ s، با نقطهٔ دیگری در داخل سطح شکست نظیر نقطهٔ s″*

این خطوط با محورهای مختصات، خطوط قائمی رسم می‌گردد تا سطح شکست را در نقاط A و B قطع کند. حال صفحه‌ای از نقاط A، B و C (پایین‌ترین نقطه در سطح شکست) عبور داده می‌شود و تقاطع خط ss' با این صفحه s'' نامیده می‌شود. در روش معکوس بار، وضعیت نقطهٔ s واقع بر سطح شکست، با وضعیت نقطهٔ s'' تقریب زده می‌شود.

با توجه به توضیحات قبلی مشخصات هر یک از نقاط A، B و C به‌صورت زیر است:

$$A(e_{xs}\ ,\ 0\ ,\ \frac{1}{P_{ny}})\ ;\ B(0\ ,\ e_{ys}\ ,\ \frac{1}{P_{nx}})\ ;\ C(0\ ,\ 0\ ,\ \frac{1}{P_o})$$

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

که P_{ny} ظرفیت باربری ستون مورد نظر در خمش تک محوره و در خروج از مرکزیت $e_x = e_{xs}$ بوده، و P_{nx} ظرفیت باربری ستون در خمش تک محوره و در خروج از مرکزیت $e_y = e_{ys}$ می‌باشد. هم‌چنین P_0 ظرفیت باربری ستون تحت بار محوری خالص است که از رابطهٔ (۹-۱۷) به‌دست می‌آید.

شکل کلی معادلهٔ یک صفحه در دستگاه سه بعدی xyz به‌صورت زیر است:

$$A_1x + A_2y + A_3z + A_4 = 0 \qquad (۹-۶۷)$$

اگر مختصات ۳ نقطهٔ A، B و C را در معادلهٔ فوق قرار دهیم، ضرایب A_1، A_2 و A_3 بر حسب ضریب A_4 به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$A_1 = \frac{1}{e_{xs}}\left(\frac{P_0}{P_{ny}} - 1\right)A_4 \qquad (۹-۶۸\text{-الف})$$

$$A_2 = \frac{1}{e_{ys}}\left(\frac{P_0}{P_{nx}} - 1\right)A_4 \qquad (۹-۶۸\text{-ب})$$

$$A_3 = -P_0 A_4 \qquad (۹-۶۸\text{-ج})$$

با قرار دادن متغیرهای e_x، e_y و $1/P_n$ به جای متغیرهای x، y و z در رابطهٔ (۹-۶۷)، و جانشین کردن ضرایب A_1، A_2 و A_3 از روابط (۹-۶۸) در رابطهٔ (۹-۶۷) و ساده کردن رابطه، معادلهٔ صفحهٔ ABC به‌صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{e_x}{e_{xs}}\left(\frac{1}{P_{ny}} - \frac{1}{P_0}\right) + \frac{e_y}{e_{ys}}\left(\frac{1}{P_{nx}} - \frac{1}{P_0}\right) - \frac{1}{P_n} + \frac{1}{P_0} = 0 \qquad (۹-۶۹)$$

برای تقاطع خط ss' با صفحهٔ ABC، مشخصات خط ss' را به‌صورت $e_x = e_{xs}$ و $e_y = e_{ys}$، در معادلهٔ صفحه قرار می‌دهیم؛ بدین ترتیب مختصات z (و یا $1/P_n$) نقطهٔ s'' به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_{nx}} + \frac{1}{P_{ny}} - \frac{1}{P_0} \qquad (۹-۷۰)$$

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

رابطهٔ (۹-۷۰) رابطهٔ بسیار مفید و ساده‌ای برای برآورد باربری ستون بتن‌آرمه تحت خمش دو محوره محسوب می‌شود؛ زیرا باربری ستون تحت خمش دو محوره را بر حسب باربری ستون تحت خمش‌های تک محوره حول دو محور متعامد، و باربری ستون تحت بار محوری خالص، بیان می‌کند. تحقیقات تجربی برسلر نشان داده است که حداکثر خطای رابطهٔ (۹-۷۰) در برآورد باربری ستون بتن‌آرمه تحت خمش دو محوره برابر ۹/۴ درصد، و متوسط خطا ۳/۳ درصد است. با این وجود، تحقیقات تجربی مستقل نشان می‌دهند که به ازای مقادیر کم P_n / P_0، میزان خطا بیش‌تر است؛ به همین جهت معمولاً استفاده از روش معکوس بار در صورتی مجاز شمرده می‌شود که در محاسبه، $P_n < 0.1P_0$ نباشد. در صورتی که P_n کوچک‌تر از ۱۰ درصد P_0 به‌دست آید، مقطع را می‌توان به ازای خمش خالص دو محوره (بدون بار محوری) مورد بررسی قرار داد. هم‌چنین در این حالت می‌توان از روش دیگری که در بخش بعدی شرح داده خواهد شد، استفاده کرد. در پایان این مبحث یادآور می‌شود که استفاده از رابطهٔ (۹-۷۰) در تعیین باربری ستون بتن‌آرمه تحت خمش دو محوره، در شرح *ACI* 318 نیز مورد تأیید قرار گرفته است؛ اگرچه قید شده است که این رابطه وقتی بیش‌تر مناسب خواهد بود که مقادیر P_{nx} و P_{ny} بزرگ‌تر از P_b حول هر محور باشند.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

مثال ۹-۲۱ ستون مستطیلی کوتاه با ابعاد $500\times800\,\text{mm}$ و با فولاد گذاری یکنواخت در چهار وجه مقطع به میزان ۲ درصد را در نظر بگیرید. ظرفیت باربری این ستون را در خروج از مرکزیت $e_x=e_y=400\,\text{mm}$ به‌دست آورید. فرض کنید $f_c'=28\,\text{MPa}$ و $f_y=420\,\text{MPa}$ باشد.

حل:

$$\frac{1}{P_n}=\frac{1}{P_{nx}}+\frac{1}{P_{ny}}-\frac{1}{P_0}$$

$$P_0=0.85f_c'(A_g-A_{st})+A_{st}f_y=0.85f_c'\times0.98A_g+0.02A_gf_y$$

$$P_0=(0.85\times28)\times0.98\times(500\times800)+0.02\times(500\times800)\times420$$

$$=\underline{\underline{12689.6\times10^3\,\text{N}}}$$

اگر فرض کنیم $b=500\,\text{mm}$ در راستای محور x، و $h=800\,\text{mm}$ در راستای محور y است، محاسبهٔ هر یک از P_{nx} و P_{ny} به‌صورت زیر انجام می‌گیرد:

$$\underline{P_{nx}=?}\;\;;\;e_x=0\;\;,\;e_y=400\,\text{mm}$$

$$\gamma=\frac{800-2\times65}{800}=0.84\;\;,\;\;\frac{e}{h}=\frac{400}{800}=0.5$$

$$(\gamma=0.8)\;\text{شکل پ۱-۷}:\;e/h=0.5,\rho_g=0.02\rightarrow K_n=0.37,\varepsilon_t=0.0022$$

$$(\gamma=0.9)\;\text{شکل پ۱-۸}:\;e/h=0.5,\rho_g=0.02\rightarrow K_n=0.395,\varepsilon_t=0.0022$$

$$\gamma=0.84\;\rightarrow\;K_n=0.38$$

$$P_n=P_{nx}=K_nf_c'A_g=0.38\times28\times(500\times800)=\underline{\underline{4256\times10^3\,\text{N}}}$$

توجه شود که در نمودارهای طراحی ستون در پیوست ۱، خط مورب e/h رسم نشده است؛ به همین منظور جهت پیدا کردن K_n، ابتدا لازم است خط $e/h=0.5$ رسم شود و مختصات محل برخورد این خط با منحنی $\rho_g=0.02$ از نمودار قرائت گردد.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

$$P_{ny}=?\ ;\ e_y=0\ ,\ e_x=400\,\text{mm}$$

$$\gamma=\frac{500-2\times65}{500}=0.74\quad,\quad \frac{e}{h}=\frac{400}{500}=0.8$$

$$(\gamma=0.7)\ \text{شکل پ۱-۶}: e/h=0.8,\rho_g=0.02\rightarrow K_n=0.19,\varepsilon_t=0.004$$

$$(\gamma=0.8)\ \text{شکل پ۱-۷}: e/h=0.8,\rho_g=0.02\rightarrow K_n=0.20,\varepsilon_t=0.0045$$

$$\gamma=0.74\rightarrow K_n=0.194$$

$$P_n=P_{ny}=K_n f_c' A_g=0.194\times28\times(500\times800)=2172.8\times10^3\ \text{N}$$

$$\frac{1}{P_u}=\frac{1}{P_{ux}}+\frac{1}{P_{uy}}-\frac{1}{\phi P_0}$$

$$\phi_x=0.483+83.3\varepsilon_t=0.483+83.3\times0.0022=0.666$$

$$\phi_y=0.483+83.3\times0.0042=0.833$$

$$\frac{1}{P_u}=\frac{1}{0.666\times4256}+\frac{1}{0.833\times2172.8}-\frac{1}{0.65\times12689.6}$$

$$\therefore P_u=1275.4\ \text{kN}>0.1\phi P_0\quad\checkmark$$

۹-۱۲-۴ روش سادهٔ طراحی- روش مک گریگور

روش ساده‌ای نیز برای طراحی ستون تحت خمش دو محوره توسط مک گریگور[1] ارائه شده است؛ در این روش خروج از مرکزیت‌های دو محورهٔ e_x و e_y با یک خروج از مرکزیت تک محورهٔ معادل (e_{0x} یا e_{0y}) جای‌گزین شده و ستون تحت خمش تک محورهٔ معادل و بار محوری طراحی می‌شود. اگر بعد ستون در راستای موازی محور xها را با x، و بعد ستون در راستای محور yها را با y نمایش دهیم، خروج از

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

مرکزیت تک محورهٔ معادل به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{اگر: } \frac{e_x}{x} \geq \frac{e_y}{y} \rightarrow e_{0x} = e_x + \frac{\alpha e_y}{y} x \qquad (۹-۷۸-\text{الف})$$

$$\text{اگر: } \frac{e_x}{x} < \frac{e_y}{y} \rightarrow e_{0y} = e_y + \frac{\alpha e_x}{x} y \qquad (۹-۷۸-\text{ب})$$

ضریب α در روابط فوق، به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\text{برای: } \frac{P_u}{f_c' A_g} \leq 0.4 \rightarrow \alpha = (0.5 + \frac{P_u}{f_c' A_g}) \frac{f_y + 280}{700} \geq 0.6 \qquad (۹-۷۹-\text{الف})$$

$$\text{برای: } \frac{P_u}{f_c' A_g} > 0.4 \rightarrow \alpha = (1.3 - \frac{P_u}{f_c' A_g}) \frac{f_y + 280}{700} \geq 0.5 \qquad (۹-۷۹-\text{ب})$$

کاربرد این روش تقریبی محدود به ستون‌هایی است که حول هر دو محور متقارن بوده و نسبت ابعاد آن‌ها در محدودهٔ $0.5 \leq x/y \leq 2.0$ باشد؛ و از طرفی فولادهای طولی در هر چهار وجه ستون قرار گرفته باشند.

مثال ۹-۲۳ بر اساس نیروهای طراحی مثال ۹-۲۲، مقطع ستون را با روش مک گریگور طراحی کنید.

حل:

$$e_x = \frac{M_{uy}}{P_u} = \frac{200 \times 10^6}{2200 \times 10^3} = 90.9 \text{ mm}$$

$$e_y = \frac{M_{ux}}{P_u} = \frac{450 \times 10^6}{2200 \times 10^3} = 204.5 \text{ mm}$$

اگر بعد ستون را در راستای محور xها با x، و بعد ستون را در راستای محور yها با y نمایش دهیم، با فرض نسبت ۱/۵ برای ابعاد ستون، $y/x = 1.5$ خواهد بود.

$$\text{Try: } 400 \times 600 \text{ mm}$$

$$\frac{P_u}{f_c' A_g} = \frac{2200 \times 10^3}{35 \times (400 \times 600)} = 0.262 < 0.4$$

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

$$\therefore \alpha = (0.5+\frac{P_u}{f_c' A_g})\frac{f_y+280}{700} = (0.5+0.262)\times(\frac{420+280}{700}) = 0.762$$

$$\frac{e_x}{x} = \frac{90.9}{400} = 0.23 < \frac{e_y}{y} = \frac{204.5}{600} = 0.34$$

$$\therefore e_{0y} = e_y + \frac{\alpha e_x}{x} y = 204.5 + \frac{0.762\times 90.9}{400}\times 600 = 308.4\,\text{mm}$$

حال ستون را بر اساس بار محوری P_u و خروج از مرکزیت تک محورهٔ معادل $e_{0y} = 308.4\,\text{mm}$ مورد بررسی قرار می‌دهیم:

$$\gamma = \frac{600-2\times 60}{600} = 0.8$$

$$K_n = \frac{P_u}{\phi f_c' A_g} = \frac{2200\times 10^3}{0.65\times 35\times(400\times 600)} = 0.4$$

$$R_n = K_n.\frac{e}{h} = 0.4\times\frac{308.4}{600} = 0.207$$

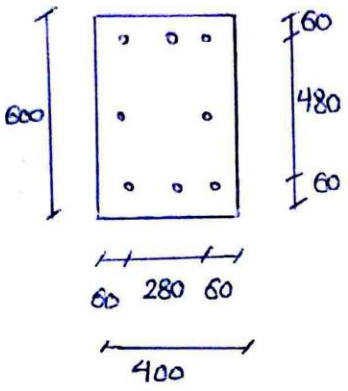
$(\gamma = 0.8)$ شکل پ۱-۱۱ : $\rightarrow \rho_g = 0.035$, $A_{st} = 0.035\times 400\times 600$

$$= 8400\,\text{mm}^2$$

ملاحظه می‌شود که در مورد این مثال، روش سادهٔ فوق به نتیجهٔ مشابه روش منحنی‌های هم‌بار که در مثال ۹-۲۲ عمل شد و به مراتب دقیق‌تر است، منجر شده است.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

مثال: ظرفیت اسمی طراحی برای ستون کوتاه نشان داده شده را تعیین کنید. مقدار برون محوری $e_y = 300\,mm$ و $e_x = 100\,mm$ است.



$f'_c = 28\ MPa$

$f_y = 420\ MPa$

$A_s: 8\Phi 28$

$f'_c = \frac{28}{6.89} \simeq 4\ ksi$

$f_y = \frac{420}{6.89} \simeq 60\ ksi$

$\rho = 8 \times \frac{\pi}{4} \times 28^2 / (400 \times 600) = 0.02 \Rightarrow \rho = 2\%$

حل مسأله ① ابتدا خمش حول محور x را در نظر می‌گیریم و از خمش حول محور y صرف نظر می‌کنیم.

$e = e_y = 300\ mm \qquad P_n = P_{nx} \qquad M_n = M_{nx} = P_{nx} \times e_y$

$e/h = 300/600 = 0.5$

$\frac{K_n}{R_n} = \frac{1}{e/h} = \frac{1}{0.5} = 2$

$K_n = 0.40 \Rightarrow R_n = 0.20$

اکنون ضابطه را رسم می‌کنیم که از مبدأ مختصات و نقطه $(R_n = 0.20, K_n = 0.4)$ عبور می‌کند.

$\gamma = \frac{d - d'}{h} = \frac{480}{600} = 0.80$

محل تلاقی این خط با منحنی $\rho = 2\%$ مقدار $K_n = 0.36$ و $R_n = 0.18$ را نتیجه می‌دهد.

$P_n = K_n f'_c A_g = 0.36 \times 28 \times (400 \times 600) = 2420 \times 10^3\ N$

$P_n = P_{nx} = 2420\ kN$

② خمش حول محور y را در نظر می‌گیریم $\quad P_n = P_{ny} \qquad M_n = M_{ny} = P_{ny} \times e_x$

$e = e_x = 100\ mm \qquad \frac{e}{h} = \frac{100}{400} = 0.25 \Rightarrow \frac{1}{e/h} = 4$

$h = 400\ mm$

$\Rightarrow \frac{K_n}{R_n} = \frac{1}{e/h} = 4$

$\gamma = \frac{d - d'}{h} = \frac{280}{400} = 0.7$

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.

اکنون خطی رسم می‌کنیم که از مبدا مختصات و نقطه ($R_n = 0.20$, $K_n = 0.80$) عبور کند.

$K_n = 0.80 \rightarrow R_n = 0.20$

محل تلاقی این خط با منحنی $\rho = 2\%$ مقدار $K_n = 0.6$ و $R_n = 0.15$ را نشان می‌دهد

$$P_n = K_n f'_c A_g = 0.60 \times 28 (400 \times 600) = 4030 \times 10^3 N$$

$$P_n = P_{ny} = 4030 \text{ kN}$$

③ P_{no} خنثی حول محورهای x و y صرف نظر می‌شود.

$$P_n = P_{no} = 1.12 \times A_g f'_c = 1.12 \times (400 \times 600) \times 28 = 7530 \times 10^3 N$$

$$P_n = P_{no} = 7530 \text{ kN}$$

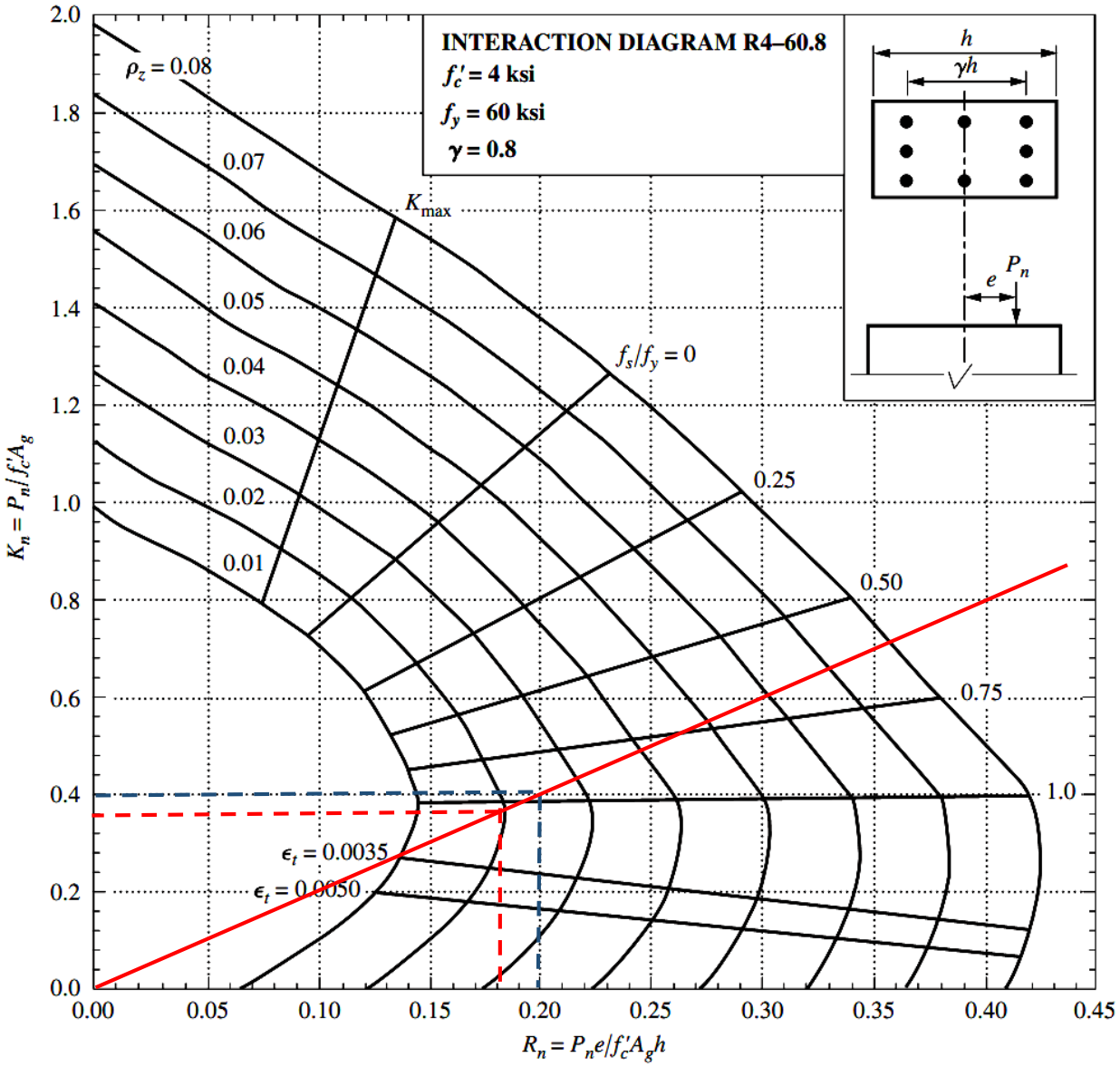
④

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_{nx}} + \frac{1}{P_{ny}} - \frac{1}{P_{no}}$$

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{2420} + \frac{1}{4030} - \frac{1}{7530}$$

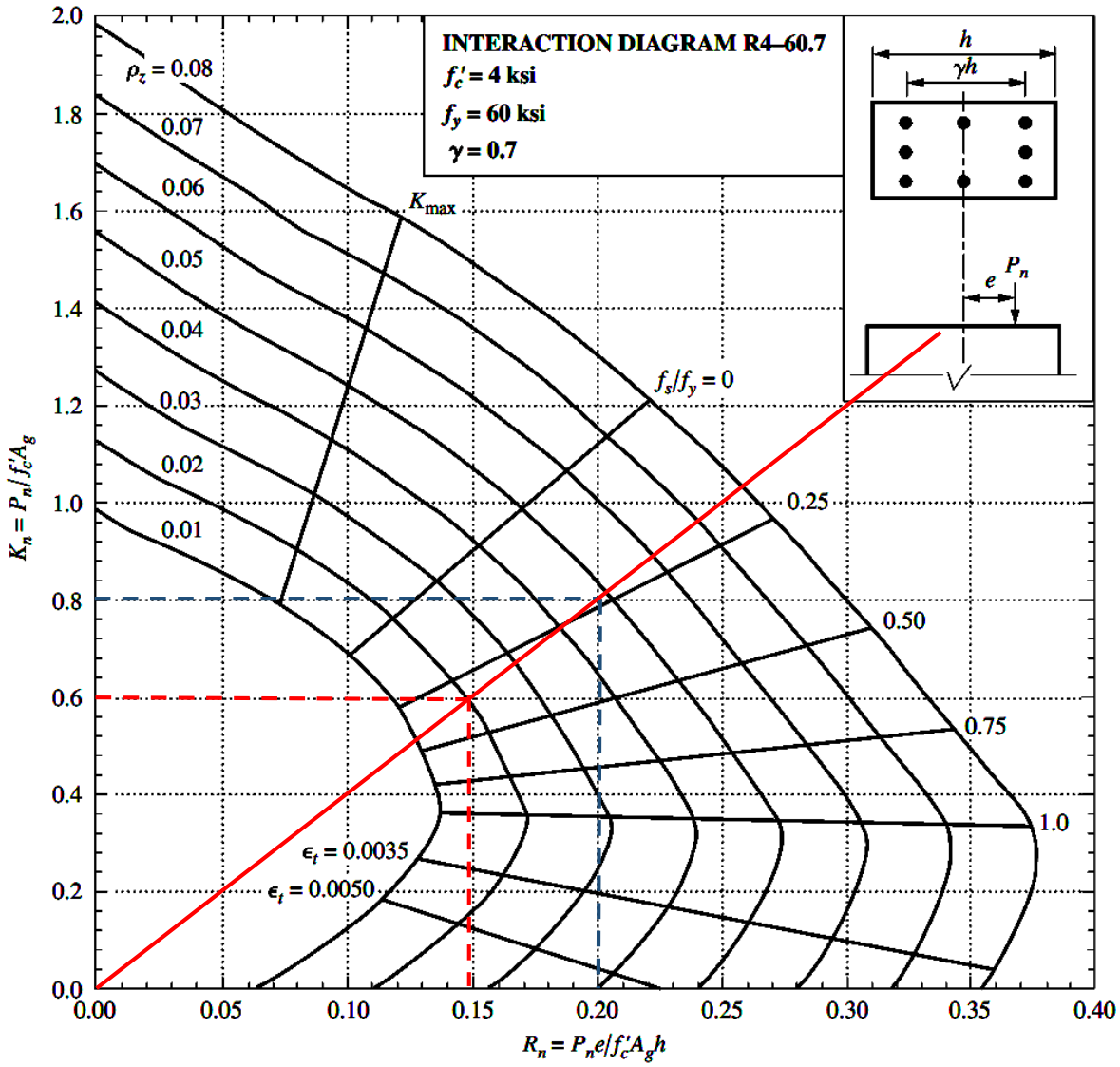
$$P_n = 1890 \text{ kN}$$

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.



GRAPH 8 Column interaction diagrams for rectangular tied columns with bars on all four faces. (Published with the permission of the American Concrete Institute.)

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر مربوط به مولف می باشد و زیراکس و یا استفاده از آن با اجازه کتبی از صاحب اثر و با ذکر منبع بلامانع است. در غیر اینصورت شرعا حرام و پیگرد قانونی خواهد داشت.



GRAPH 7 Column interaction diagrams for rectangular tied columns with bars on all four faces. (Published with the permission of the American Concrete Institute.)